

# TESTS DE POSITIONNEMENT CLASSE DE SECONDE MATHÉMATIQUES

## STRUCTURE D'UNE EXPRESSION ALGÈBRIQUE

Voie : GT

Source du document : MEN-SG-DEPP

Domaine : Expressions algébriques

Sous-domaine : Traduire un problème par une expression algébrique

Compétence : Représenter

Item 35 :

Laquelle de ces 4 formules est une somme ?

- ☐  $r$  est le rayon d'un disque.  
Son aire est égale à  $\pi \times r^2$
- ☐  $L$  est la longueur d'un pavé,  $l$  sa largeur et  $h$  sa hauteur.  
L'aire totale de ses faces est égale à  $2 \times (L \times l + L \times h + l \times h)$
- ☐  $L$  est la Longueur d'un rectangle et  $l$  sa largeur.  
Son périmètre est égal à  $2 \times L + 2 \times l$
- ☐  $B$  est la grande base et  $b$  la petite base d'un trapèze.  $h$  est sa hauteur.  
Son aire est égale à  $(B + b) \times h^2$

|                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|--------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Réponse attendue :       | L est la longueur d'un rectangle et l sa largeur. Son périmètre est égal à $2 \times L + 2 \times l$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| Descriptif de la tâche : | <p>Déterminer la structure d'une expression algébrique dans un contexte de formules de grandeurs géométriques.</p> <p>Réponse 1 : confusion entre somme et produit.</p> <p>Réponse 2 : l'élève n'identifie pas l'expression comme étant le produit d'un nombre par une somme. La présence de sommes dans un des facteurs du produit peut entraîner le choix de cette Réponse par l'élève.</p> <p>Réponse 4 : l'élève n'identifie pas l'expression comme étant un produit. La présence d'une somme dans le premier facteur du produit peut entraîner le choix de cette Réponse par l'élève.</p> |
| Positionnement :         | Satisfaisant palier 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |

# Commentaires pédagogiques

## Analyse des difficultés

L'item invite l'élève à analyser la *structure* de quatre expressions littérales.

Les formules proposées, correctes ou erronées, sont présentées au départ comme des grandeurs géométriques d'objets de dimension deux (aire d'un disque, d'un trapèze, périmètre d'un rectangle) ou trois (aire totale des faces d'un pavé droit).

La référence à quatre objets géométriques différents est sans doute une source de difficulté supplémentaire.

Si certaines des formules proposées figurent dans les programmes des cycles 2, 3 et 4 (périmètre d'un rectangle ou aire d'un disque), d'autres ne font pas partie des connaissances attendues en fin de cycle 4 (surface totale des faces d'un pavé droit).

Même si la question posée ne porte pas sur la connaissance de ces formules et la critique de leur justesse, le fait que les trois premières sont correctes alors que la dernière est erronée a pu mettre en difficulté les élèves qui n'ont pas saisi l'objectif de la question.

## Analyse des distracteurs

Se référer au descriptif de la tâche.

On peut cependant ajouter que le mot « périmètre » n'intervient qu'une seule fois dans les réponses proposées et correspond à la réponse correcte. Cela a pu induire le choix de la troisième réponse par des élèves qui savent a priori que le périmètre d'un rectangle est une somme de longueurs, sans avoir pour autant analysé la structure des différentes expressions.

## Pistes de différenciation pédagogique

### Simplifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise fragile

- 1) Donner les quatre formules sans référence à des grandeurs.
- 2) Donner quatre formules correctes, dont les produits font apparaître le signe  $\times$ , rattachées à des grandeurs relatives à seulement deux objets plans usuels parmi le disque, le rectangle ou le triangle.

Exemple :

Parmi les quatre formules suivantes, indiquer celle qui est une somme :

- $r$  est le rayon d'un cercle. Son périmètre est égal à  $2 \times \pi \times r$ .
- $r$  est le rayon d'un disque. Son aire est égale à  $\pi \times r^2$ .
- $L$  est la longueur d'un rectangle et  $\ell$  sa largeur. Son périmètre est égal à  $2 \times L + 2 \times \ell$ .
- $L$  est la longueur d'un rectangle et  $\ell$  sa largeur. Son aire est égale à  $L \times \ell$ .

### Simplification possible de l'item pour en faire un item correspondant au niveau de maîtrise satisfaisant de palier 1

On propose comme réponse correcte une formule de périmètre moins usuelle que celle du cercle ou du rectangle. Dans les produits, certains signes  $\times$  n'apparaissent pas.

Exemple :

Parmi les quatre formules suivantes, indiquer celle qui est une somme.

- $L$  est la longueur d'un rectangle et  $\ell$  sa largeur. Son périmètre est égal à  $2(L + \ell)$ .
- $r$  est le rayon d'un disque. Son aire est égale à  $\pi \times r^2$ .
- $B$  est la grande base et  $b$  la petite base d'un trapèze,  $h$  sa hauteur. Son aire est  $\frac{1}{2}(B + b) \times h$ .
- On note  $a$  la longueur des deux côtés égaux d'un triangle isocèle et  $b$  sa base.  
Son périmètre est  $2a + b$ .

### Complexifications possibles de l'item pour en faire un item correspondant à un très bon niveau de maîtrise

- Faire intervenir certaines formules multiplicatives ne faisant pas apparaître le signe  $\times$ .
- La complexification peut se faire en jouant sur les écritures.

Ainsi la formule de l'aire d'un trapèze sous la forme  $\frac{Bh+bh}{2}$  est plus difficile à interpréter que  $\frac{1}{2} \times (B \times h + b \times h)$  et a fortiori que  $\frac{(B+b)h}{2}$ .

Exemple

Parmi les quatre formules suivantes, indiquer celle qui est une somme

- $r$  est le rayon d'un disque. Son périmètre est égal à  $2\pi r$ .
- $L$  est la longueur d'un rectangle et  $\ell$  sa largeur.  
Son périmètre est égal à  $2(L + \ell)$ .
- $L$  est la longueur d'un pavé droit,  $\ell$  sa largeur et  $h$  sa hauteur.  
L'aire totale de ses faces est égale à  $2 \times L \times \ell + 2 \times L \times h + 2 \times h \times \ell$ .
- $B$  est la grande base et  $b$  la petite base d'un trapèze,  $h$  est sa hauteur.  
Son aire est  $\frac{(B+b)h}{2}$ .

- La complexification peut provenir de formules relevant de registres autres que celui des grandeurs géométriques et mettant en jeu des lettres variées.

Par exemple  $U = RI$ ,  $P = UI$ ,  $M = pV$ ,  $E = \frac{1}{2}mc^2$ .

- Proposer des programmes de calcul (ou des programmes Scratch) pour associer l'aspect procédural et l'aspect structural d'une expression littérale.

## Remédiations

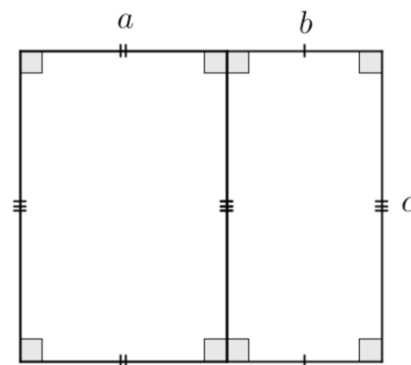
- Pratiquer régulière (entraînement technique dans la durée sous forme de question « flash » avec deux réponses possibles) sur les quatre opérations usuelles et les priorités opératoires.
- Systématiser la verbalisation de la structure d'expressions littérales simples :  
 $2(a + b)$  est « le produit de 2 par la somme des nombres  $a$  et  $b$  »  
 $2a + 2b$  est « la somme du double de  $a$  et du double de  $b$  » et travailler la distributivité.

- 3) Proposer des figures géométriques usuelles et demander d'en écrire le périmètre ou l'aire sous la forme d'une somme ou d'un produit.

Exemple :

En utilisant les informations données sur la figure codée ci-contre, exprimer, en fonction de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  :

- 1) son périmètre comme une somme de deux termes ;
- 2) son aire comme un produit de facteurs ;
- 3) son périmètre comme un produit de facteurs ;
- 4) son aire comme une somme de termes.



## Éléments du programme de seconde permettant de travailler sur les expressions algébriques

- Développer la pratique du calcul numérique ou littéral
- Identités remarquables à savoir utiliser dans les deux sens

## Ressources

- [Document ressource cycle 4 : le calcul littéral](#)
- [Attendus de fin de 3e en mathématiques](#)