

VOIE GÉNÉRALE

2^{DE}

1^{RE}

T^{LE}

Physique-chimie

ENSEIGNEMENT

SPÉCIALITÉ

RESSOURCE EN HISTOIRE DES SCIENCES CONSTRUCTION HISTORIQUE D'UN MODÈLE EN MÉCANIQUE DES FLUIDES

Dans les propositions pédagogiques retenues par la communauté des didacticiens, recourir à l'histoire des sciences fait consensus. L'appliquer à la mécanique des fluides nécessite au préalable d'avoir effectué quelques rappels sur son histoire.

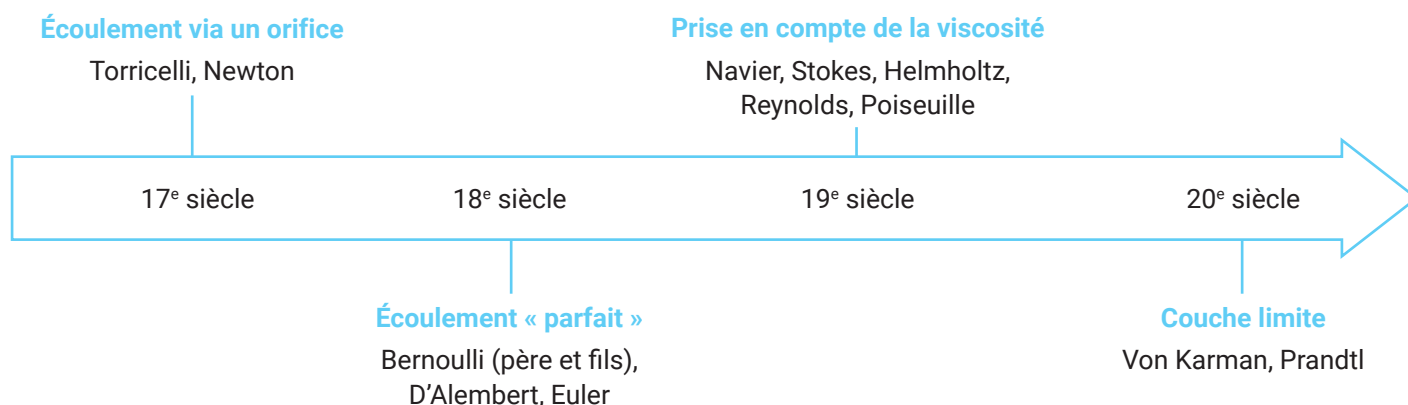
Dans des revues dédiées aux enseignants et aux chercheurs, comme le BUP en France ou *American Journal of Physics* aux États-Unis, très peu d'articles ont été publiés en lien avec l'histoire de la mécanique des fluides sur la période couvrant les XVIII^e et XIX^e siècles : à ce jour, à notre connaissance, aucun article dans le BUP et un seul dans *American Journal of Physics*, datant de 1953.

Dans les manuels scolaires, l'histoire des sciences est rarement abordée en mécanique des fluides. Cela est particulièrement vrai en France, et ce, contrairement à d'autres domaines comme la mécanique quantique ou l'optique où cette approche est davantage mise en avant. Pour autant, la littérature en histoire de la mécanique des fluides est riche et fait l'objet de recherches actuelles (par exemple, Darrigol et Guilbaud en France).

Le travail mené ici s'inscrit dans un cadre de didactique et non d'histoire des sciences. Nous n'avons pas la prétention d'avoir suivi une méthodologie d'historien. Il n'y a pas eu de travail sur les textes originaux, même si une partie d'entre eux a été consultée.

Nous débutons par une description historique (Crastes, 2019) qui découle de travaux préalables, riches et fournis, d'historiens des sciences : essentiellement Darrigol (2002 ; 2002a ; 2003 ; 2005), Hahn (1964), Guilbaud (2007 ; 2012), Dugas (1996), Blay (2007) et Grmek (1990). Puis nous proposons quelques suggestions pédagogiques d'utilisation de cette description.

La frise du document 1 retrace les principales étapes de l'histoire de la mécanique des fluides qui ont eu lieu entre le XVII^e siècle et la première moitié du XX^e siècle.



Retrouvez éduscol sur



Document 1 : principales étapes de l'histoire de la mécanique des fluides du XVII^e siècle à la première moitié du XX^e siècle

C'est à la période allant du XVII^e siècle à la première moitié du XIX^e siècle que nous consacrons ce document.

C'est en effet à cette période qu'ont été élaborés les principaux éléments présentés dans un cours introductif de mécanique des fluides. De plus, c'est une période riche d'enseignements sur la construction d'un modèle et sur le rôle de l'expérimentation.

Dans la structure des révolutions scientifiques, Kuhn (2008, p.57) évoque en ces termes le XVIII^e siècle : « Euler, Lagrange, Laplace, Gauss, consacrèrent tous certains de leurs travaux les plus brillants à améliorer la concordance entre le paradigme de Newton et les observations célestes. Plusieurs d'entre eux travaillèrent simultanément à mettre au point les outils mathématiques nécessaires à des applications que ni Newton ni l'école contemporaine continentale de mécanique n'avaient même envisagées. Ceci est à l'origine d'un grand nombre d'articles et de quelques techniques mathématiques très puissantes pour l'hydrodynamique et pour les problèmes des cordes vibrantes, et, dans l'ensemble, de ce qui fut probablement au XVIII^e siècle le travail scientifique le plus brillant et le plus ardu. »

Nous nous proposons d'en relater ici quelques aspects. Nous distinguons plusieurs étapes au cours de cette période, qui correspondent à des questionnements spécifiques :

- une **problématique expérimentale** et une **tentative d'interprétation** au XVII^e siècle, qui correspondent aux prémisses ;
- un **développement théorique qui présente des limites** et aboutit à des difficultés au siècle des Lumières ;
- et enfin **un nouveau modèle qui permet de dépasser ces difficultés** dans la première moitié du XIX^e siècle.

Le cas particulier de l'**hémodynamique** est ensuite discuté¹.

Une problématique expérimentale

Au XVII^e siècle, Torricelli (1608-1647) étudie le mouvement de l'eau à la sortie d'un vase percé d'un trou étroit. Il choisit un vase large de niveau d'eau maintenu constant, permettant d'assurer un écoulement quasi-permanent. Il indique : « *Je suppose que les eaux, qui sortent avec violence, ont au point de leur sortie la mesme impétuosité, ou le mesme degré de vitesse, qu'auroit acquis un corps pesant ou une goutte de la mesme eau, si elle estoit tombée naturellement, de la plus haute surface de la mesme eau, jusques à l'ouverture par où elle sort.* » (De motu Aquarum (1664), traduction de 1664, citée dans Blay, 2007, p.14).

La formulation moderne de ce texte, nommée loi de Torricelli, se résume en $v = \sqrt{2gh}$ avec v la vitesse du fluide considéré au niveau de l'orifice, g le champ de pesanteur au sol et h la hauteur entre l'orifice et la surface libre du fluide dans le récipient. Il est à noter que Torricelli a rencontré Galilée (1564-1642) dont les travaux, notamment l'idée du mouvement parabolique, ont dû l'inspirer.

1. L'étude d'un écoulement visqueux ne figure pas au programme du nouvel enseignement de spécialité de la classe de Terminale. Nous l'évoquons néanmoins ici à titre de culture générale pour l'enseignant.

Une tentative d'interprétation

Torricelli précise les conditions expérimentales dans lesquelles il se place pour obtenir un tel résultat : il indique choisir un récipient « *d'une capacité convenable* » et « *percé d'un petit trou* » (citation de Torricelli dans Blay, 2007, p.14).

L'enjeu est alors d'expliquer pourquoi l'eau, en sortie du trou, a une vitesse égale à celle qu'elle aurait eue si elle était tombée en chute libre depuis la surface libre du réservoir. Torricelli réalise une expérience où le jet d'eau, en sortie du réservoir, est pointé vers le haut. Le jet d'eau devrait alors parvenir à monter jusqu'au niveau de la surface libre du réservoir, ce qu'il ne constate pas expérimentalement. Il reprend alors l'expérience avec du mercure et les résultats lui paraissent un peu plus en accord avec ses prévisions. Il en conclut que « *L'expérience mesme semble en quelque façon prouver ce principe, bien qu'aussi elle semble en quelque façon le détruire* » (citation de Torricelli dans Blay, 2007, p.122). Huygens (1629-1695) reprend les travaux expérimentaux de Torricelli, mais ils ne sont toujours pas concluants. Huygens indique alors que la loi de Torricelli n'a pu être « *desmontrée par raison, mais seulement prouvée par expérience* » (citation de Huygens dans Blay, 2007, p.123).

Nordon considère donc que Torricelli « *ouvre une porte de cinématique sans savoir que la dynamique est derrière* » (Nordon, 1992, p.54).

Nordon pointe l'état de la réflexion à cette époque : « *Les difficultés sont considérables car une telle démarche impose le développement d'une science du mouvement dépassant largement l'étude du point matériel ou même des systèmes de corps* » (ibid., p.54).

C'est au siècle suivant qu'une preuve théorique de ce résultat est obtenue, via notamment les travaux de Jean Bernoulli (le père) (1667-1748), Daniel Bernoulli (le fils) (1700-1782), Jean le Rond d'Alembert (1717-1783) et Leonhard Euler (1707-1783). Dans le paragraphe suivant, nous précisons les principales contributions de chacun d'entre eux.

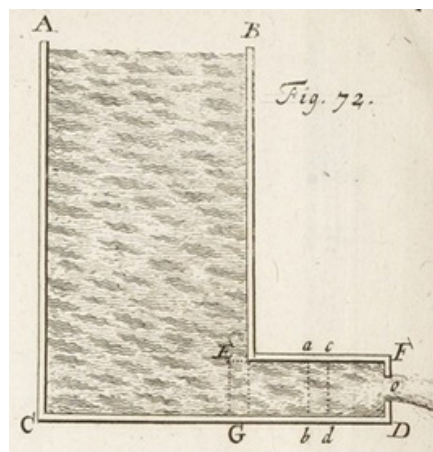
Un développement théorique qui présente des limites

Apport de Daniel Bernoulli

Dans *Hydrodynamica* (1738), Daniel Bernoulli introduit deux idées nouvelles : le principe de conservation des forces vives (*vis viva* : « *La descente réelle est égale à la montée potentielle* »² (Kuhn, 2008)) et le découpage du fluide en tranches transversales pour étudier l'écoulement. La pression est présentée comme un effort exercé sur les parois (le rôle de la pression à l'intérieur du fluide n'est pas encore perçu) et elle est reliée à la vitesse aux frontières du volume global de fluide en régime permanent.

Le principe des forces vives et le découpage du fluide en tranches permettent à Daniel Bernoulli de prouver théoriquement la loi de Torricelli. Il reprend la situation étudiée par Torricelli. Sur la gravure du document 2 figure un récipient ABGC rempli, de surface libre AB.

2. Daniel Bernoulli énonce en ces termes le principe des forces vives : « Nous considérerons la montée potentielle d'un système, dont les différentes parties se meuvent avec des vitesses quelconques, comme représentée par la hauteur susceptible d'être atteinte par le centre de gravité du système dans le cas où les différentes parties, prenant avec leur vitesse acquise une direction ascensionnelle, atteignent chacune leur altitude maximale ; et la descente réelle comme représentée par la différence d'altitude parcourue par le centre de gravité du système après que ses différentes parties aient retrouvée le repos » (extrait d'*Hydrodynamica*).



Document 2 : première gravure extraite d'*Hydrodynamica* (source : gallica.bnf.fr)

Via un rétrécissement EG lui est associée une canalisation horizontale $EFDG$ présentant un orifice o . Daniel Bernoulli introduit la démarche novatrice de découper le fluide en tranches perpendiculaires à la direction du mouvement et de suivre leur mouvement (voir, sur la gravure, la portion notée $abdc$). La notion de pression n'est associée qu'aux parois : il n'y a pas la notion de champ de pression comme on peut la trouver dans les travaux ultérieurs de son père et d'Euler. Par ailleurs, Daniel Bernoulli se limite à l'étude d'écoulements stationnaires. Il réussit à retrouver théoriquement la loi de Torricelli et il en précise les conditions de validité. Il évalue la pression p s'exerçant sur les parois du tube FD et obtient :

$$p = a \frac{n^2 - 1}{n^2}$$

Avec n le rapport entre la section du tube et la surface de l'orifice et a la charge d'eau au-dessus de l'orifice o . Il s'agit d'une variante de ce que l'on nomme désormais la 'relation de Bernoulli'³. On constate la différence de formulation entre la version historique et celle actuellement enseignée.

3. Dans l'expression historique $p = a \frac{n^2 - 1}{n^2}$, la « pression » p correspondrait à la grandeur actuelle $\frac{P - P_{atm}}{\rho g}$ avec

P la pression dans le tube, P_{atm} la pression atmosphérique et la « charge » a correspondrait à la grandeur actuelle h , différence d'altitude entre la surface libre et l'orifice O .

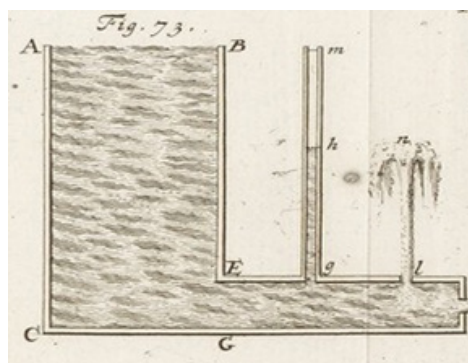
L'expression historique s'écrirait alors $\frac{P - P_{atm}}{\rho g} = h \left(\frac{n^2 - 1}{n^2} \right) = h \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$ avec

$v_o^2 \sim 2 g h \Leftrightarrow h = \frac{v_o^2}{2 g}$ et $n = \frac{S_{tube}}{S_o} = \frac{v_o}{v}$, v étant la vitesse moyenne de l'eau dans le tube et v_o celle au niveau de l'orifice O .

Soit $\frac{P - P_{atm}}{\rho g} = \frac{v_o^2}{2 g} \left(1 - \frac{1}{\left(\frac{v_o}{v} \right)^2} \right) = \frac{v_o^2}{2 g} - \frac{v^2}{2 g} \Leftrightarrow P + \frac{1}{2} \rho v^2 = P_{atm} + \frac{1}{2} \rho v_o^2$ qui

correspondrait à la formulation actuelle de la relation de Bernoulli.

La gravure du document 3 correspond à la même configuration, avec deux orifices supplémentaires placés en *g* et *l*.



Document 3 : seconde gravure extraite d'*Hydrodynamica* (source : gallica.bnf.fr)

En *g* est inséré un tube ; en *l*, rien. On observe que dans le tube placé en *g* le niveau d'eau se stabilise au point *h* et non au point *m* qui, lui, est situé à la même hauteur que la surface libre du réservoir ABGC. Le niveau d'eau a baissé lors de l'écoulement dans la canalisation horizontale. En *l*, le niveau atteint par le jet d'eau est sensiblement le même qu'en *g*.

Recours à l'histoire des sciences : Niveau 1 (anecdotes)

Anecdotes n°1 liées au travail de Daniel Bernoulli

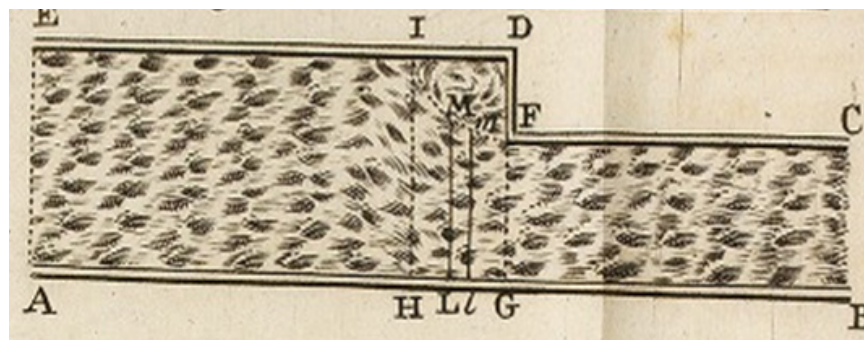
Daniel Bernoulli travaille sur l'écoulement des fluides dans la lignée de son père Jean mais également suite à sa rencontre avec un médecin vénitien, Pietro Antonio Michelotti, qu'il rencontre lors d'un séjour à Venise. Michelotti publie un texte dans lequel il aborde « *les fluides du corps comme s'ils agissaient uniquement suivant les lois de la physique* ». L'hydrodynamique a influencé les études du corps humain mais la réciproque pourrait être vraie également.

Blay note que Daniel Bernoulli introduit le terme d'hydrodynamique dans le langage scientifique dans une lettre du 25 août 1734. Elle est adressée à un professeur de Strasbourg auquel il annonce la publication prochaine de l'ouvrage qu'il a rédigé de 1725 à 1733 lors de son séjour à Saint-Petersbourg. C'est dans le chapitre 12 que figure ce qu'on appelle aujourd'hui la « *relation de Bernoulli* ».

Le texte initial d'*Hydrodynamica* est écrit en latin. Seulement trois traductions sont alors réalisées, en russe, en anglais et en allemand.

Apport de Jean Bernoulli

Dans *Hydraulica* (1742), Jean Bernoulli aborde la même thématique que son fils Daniel. Il décompose le fluide en un ensemble de veines (gravure du document 4) et retrouve des résultats similaires à ceux de son fils. La valeur ajoutée de son travail est qu'il introduit la notion de pression à l'intérieur du fluide et non plus uniquement sur les parois, et qu'il aborde le cas d'un écoulement non permanent.



Document 4 : gravure extraite d'*Hydraulica* (source : gallica.bnf.fr)

Recours à l'histoire des sciences : Niveau 1 (anecdotes)

Anecdotes n°2 liées au travail de Jean Bernoulli

Jean, le père de Daniel Bernoulli, aurait anticiqué son manuscrit *l'Hydraulique* pour s'octroyer la paternité de cette théorie. Guilbaud rappelle que Jean Bernoulli, professeur d'Euler, a eu vent des résultats de son fils, dont la première version de *l'Hydrodynamica* date de 1733 mais n'est publiée qu'en 1738 (ce décalage est dû à la guerre de succession de Pologne et à l'état de santé de l'éditeur strasbourgeois de Daniel Bernoulli). Jean Bernoulli achève son texte en 1740, et fait publier le tout en 1742 sous le titre *Hydraulique, aujourd'hui pour la première fois découverte et directement démontrée à partir de fondements purement mécaniques. Année 1732.*

Indépendamment de cette anecdote, sa présentation s'avère être complémentaire de celle de son fils : Jean Bernoulli cherche si le principe de conservation des forces vives ne découlerait pas d'un principe plus général. Il pose 11 définitions, qu'il couple aux lois de la mécanique.

Jean Bernoulli utilise lui aussi l'hypothèse des couches parallèles. Cependant, dans sa démarche, il applique la deuxième loi de Newton à chacune des couches et non uniquement au fluide dans son ensemble. Jean Bernoulli perçoit le statut interne de la pression mais l'assimile, dans son rôle, à une force. Il réussit à l'exprimer dans le cas d'un écoulement non stationnaire, ce qui constitue une avancée par rapport aux travaux de son fils et a une influence sur les travaux d'Euler et de d'Alembert.

Apport de D'Alembert

D'Alembert, dans le *Traité des fluides* (1744) et *Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides* (1752), remet en cause la légitimité du principe de conservation des forces vives. Ses principales contributions sont l'analyse du travail de ses prédécesseurs et les questions qu'il soulève. Il note ainsi que sans l'hypothèse du parallélisme des couches de fluide, « il n'y aurait plus alors d'autre moyen pour déterminer ce mouvement que d'examiner celui que chaque particule devrait avoir ». D'Alembert perçoit la statique des fluides comme un cas particulier de dynamique des fluides. Par ailleurs, D'Alembert apporte une contribution à l'étude des marées et des alizés : il introduit l'outil des équations aux dérivées partielles qui sera ensuite repris par Laplace et signale un terme lié au mouvement de rotation de la Terre (dénommé plus tard 'force de Coriolis'). Ce type d'étude est lié aux problèmes économiques de l'époque, en l'occurrence ici le transport maritime.

Le travail de d'Alembert constitue une étape dans la généralisation et l'unification de la mécanique, les solides et les fluides étant vus comme des supports différents de mêmes lois.

Retrouvez éducol sur



Recours à l'histoire des sciences : Niveau 1 (anecdotes)

Anecdote n°3

D'Alembert et Daniel Bernoulli ne s'appréciaient guère, Daniel Bernoulli écrivant à Euler à propos du *Traité des Fluides* : « J'ai vu avec déception qu'à part quelques petites choses il n'y a rien d'autre à voir dans son hydrodynamique qu'une impertinente suffisance ».

À propos du texte rédigé par d'Alembert pour le Prix sur les vents : « sa « pièce sur les vents » ne veut rien dire, et lorsqu'on la lit en entier, on en sait à peu près autant sur les vents qu'au début de la lecture ».

Apport d'Euler

C'est dans son œuvre *Principes généraux du mouvement des fluides* (1755) qu'Euler structure les équations du mouvement d'un fluide en écoulement. Le fluide est analysé comme étant un milieu continu pour lequel on étudie le champ de vitesse.

Euler utilise la démarche de d'Alembert et introduit le concept de pression interne au fluide : il aboutit aux équations⁴ « pour un fluide idéal et compressible, dans son mémoire de 1755 intitulé *Principes généraux du mouvement des fluides* et publié dans les Mémoires de l'Académie de Berlin » (Guilbaud, 2007, p.182).

Euler transpose à l'étude d'un écoulement les avancées que lui et d'Alembert ont obtenues au préalable en mécanique des milieux continus, en particulier, le recours aux équations aux dérivées partielles. Darrigol (2005, p.215) y voit l'illustration du cas où la découverte des équations régissant le phénomène est finalement plus simple que leur validation expérimentale : « *general principles and assumptions may lead us to the foundations of a theory and yet leave us in nearly complete ignorance of the phenomena in its field. In such cases, much creative work is needed to truly understand the empirical content of the theory* ».

Dugas (1996, p.287) cite Euler pour évoquer l'objectif suivi par ce dernier : « *La généralité que j'embrasse, au lieu d'éblouir nos lumières, nous découvrira plutôt les véritables lois de la nature dans tout leur éclat et on y trouvera des raisons encore plus fortes d'en admirer la beauté et la simplicité* ».

Euler évalue les variations d'un volume élémentaire de fluide en écoulement pendant une durée élémentaire. Il la couple à la conservation de la masse puis exprime l'accélération de ce volume et obtient les équations du mouvement. Dugas (*ibid.*, p.288) cite Euler déclarant : « *j'espère d'en venir heureusement à bout, de sorte que s'il reste des difficultés, ce ne sera pas du côté du mécanisme, mais uniquement du côté de l'analytique* ».

Euler, à propos de ses confrères estime que « quelques sublimes que soient les recherches sur les fluides dont nous sommes redevables à MM. Bernoulli, Clairaut et d'Alembert, elles découlent si naturellement de nos deux formules générales qu'on ne saurait assez admirer

4. La formulation historique est $P - \frac{1}{q} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}$ avec $P - \frac{1}{q} \frac{\partial p}{\partial x}$ la composante selon

X de la « force accélératrice » appliquée à l'élément de volume de fluide considéré, q la « densité du fluide » au point considéré, u, v, w les composantes de la vitesse. L'équation d'Euler, réécrite à trois dimensions à l'aide

d'opérateurs se noterait de nos jours $\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) (\vec{v}) \right] = \rho \vec{g} - \text{grad}(P)$ avec ρ la masse

volumique du fluide considéré, $\vec{v}$ le champ de vitesse, $\vec{g}$ le champ de pesanteur et P le champ de pression.

cet accord de leur profondes méditations avec la simplicité des principes dont j'ai tiré mes deux équations et auxquelles j'ai été conduit immédiatement par les premiers axiomes de la mécanique » (citation d'Euler dans Dugas, 1996, p.292). Dugas (ibid., p.292) rappelle néanmoins qu'Euler « ne devait pas, précisément en raison des difficultés analytiques du problème général, méconnaître la portée et l'intérêt des considérations mi-théoriques, mi-expérimentales utilisées en hydraulique, d'autant plus qu'il s'était intéressé personnellement à la roue Segner, avait analysé le fonctionnement des turbines, et réalisé lui-même une turbine à réaction, en précurseur des techniques modernes ».

Recours à l'histoire des sciences : Niveau 1 (anecdotes)

Anecdote n°4 : le cas du château de Sans-Souci

Au XVIII^e siècle, les académies royales s'intéressent à l'écoulement des fluides.

En France, la construction du château de Versailles constitue un catalyseur de ces réflexions.

Nordon évoque les expériences de Couplet en 1732 sur la conduite d'amenée entre le réservoir de la place Dauphine à Versailles « appelé le réservoir des bonnes eaux » et celui des petites Ecuries du château de Versailles.

Euler est mandaté par le Roi Frédéric II de Prusse concernant un problème hydraulique au château de Sans-Souci. Euler propose une solution en 1754 et généralise les résultats en 1755. Il est à noter cependant que concernant l'alimentation en eau des fontaines du château de Sans-Souci, Euler n'est pas écouté. Le problème de canalisation perdure et le roi Frédéric II le lui reproche. Eckert (2006, p.545) estime que la cause de ce problème réside davantage dans la gestion du projet de construction de Sans-Souci que dans un décalage entre théorie et pratique venant d'Euler : « the major cause of the failure was the King's stinginess ; compared to other 17th and 18th century water art constructions the Sans-Souci project was poorly organised and performed by men who were not qualified for their task. Blaming Euler, who -correctly- had analysed the cause for the failure but otherwise was not involved with the constructions, is more revealing about the King's ignorance and maliciousness than about Euler's alleged inability to combine theory with practice ».

Ainsi, assez tôt dans le développement de ce domaine, des équations régissant les phénomènes sont obtenues.

Leur non-linéarité implique l'absence d'une solution générale connue. La recherche d'une solution va être une des préoccupations majeures des savants de l'époque. Cette absence de solution mathématique connue, couplée à l'hypothèse du parallélisme des tranches, aboutit à une vision de l'écoulement trop éloignée des résultats expérimentaux de l'époque.

D'où l'existence de tensions, que nous présentons au paragraphe suivant.

Un obstacle

D'une part se construit une communauté universitaire autour de cette approche théorique de la mécanique des fluides, communauté composée essentiellement d'académiciens. Elle suit la démarche de raisonnement de la mécanique rationnelle : déterminer les causes, mettre en évidence les conséquences. Il s'agit de généraliser. Il y a une recherche de progrès et en cela cette communauté s'inscrit dans la lignée du cartésianisme. Ainsi, sur l'exemple des ouvrages d'hydraulique, Hahn constate que jusqu'au XVII^e siècle prédomine une tradition artisanale et les articles des ouvrages sont classés par ordre alphabétique : il s'agit d'énumérer les savoirs. À partir du XVIII^e siècle, une nouvelle approche apparaît et aboutit à modifier l'ordre des

chapitres des ouvrages : on cherche désormais à enseigner les savoirs et non plus seulement à les énumérer. Il s'agit de faire comprendre le raisonnement afin d'accéder à de nouvelles méthodes.

D'autre part, les ingénieurs, artisans et officiers de la marine continuent d'aborder la mécanique des fluides de manière pratique, comme cela peut se lire dans l'article « *Vaisseaux* » de l'*Encyclopédie* : « L'expérience est la base de toutes les règles des constructeurs. Cette expérience consiste à comparer la bonté de différents bâtimens de divers gabarits, & à choisir une moyenne forme qui réunisse les diverses qualités de ces bâtimens. Ils se reglent encore sur les poissons, & ils s'imaginent que de tous les poissons, celui qui va le mieux, doit avoir la forme convenable à un parfait vaisseau. Ce poisson est selon eux le maquereau : ce sont les portions de cet animal que l'on doit suivre. Ainsi l'a du-moins fait un des plus fameux constructeurs français : c'est M. Hendrick. »

La transformation déjà opérée dans les arts pratiques pousse néanmoins les artisans à solliciter davantage les savants pour résoudre leurs problèmes, même si les traditions, les cultures, les modes de formation, les objectifs visés et les contextes employés diffèrent entre ces deux communautés.

La fin du XVIII^e siècle, en particulier la décennie 1770-1780, est une période de fortes tensions entre ces deux communautés, tensions qui sont perceptibles lors de l'attribution de postes et de prix. C'est le cas notamment pour une place d'associé à l'Académie royale des sciences de Paris en 1768, pour le choix des enseignants à l'Ecole de Mézières, lors de la construction du canal de Picardie en 1769 ou encore lors des élections à la chaire d'hydrodynamique du Louvre en 1775.

Le décalage entre ces deux communautés est tel que l'historien des sciences Hahn le qualifie de « *gouffre entre la théorie et l'expérience* » (citation de Hahn dans Guilbaud, 2007, p.184).

Ce gouffre aboutit à des dénominations elles-mêmes différentes pour caractériser les champs d'étude de ces deux communautés, l'hydrodynamique pour les académiciens et l'hydraulique pour les ingénieurs, ce que l'on peut résumer dans le tableau 1.

Dénomination du champ d'étude	Hydraulique	Hydrodynamique
Membres	Ingénieurs, artisans mécaniciens de la marine	Académiciens
Exemples de membres connus	Borda	D'Alembert, Bossut, Condorcet

Tableau 1 : hydraulique et hydrodynamique : quelques membres

Les difficultés sont importantes entre ces deux communautés mais également au sein de chacune d'entre elles.

En effet, l'approche pratique des ingénieurs ne permet pas l'obtention de résultats généraux : par exemple, à chaque type de canalisation est associée une formule empirique pour évaluer le débit. Les premiers résultats concernent des écoulements à surface libre, étendus ensuite au cas des conduites. Nordon estime à une centaine le nombre de formules au XIX^e siècle en

lien avec les pertes de charge, dues essentiellement à des Français et des Anglais. Ce nombre élevé de formules atteste du domaine de validité restreint de chacune d'entre elles, liées aux conditions de réalisation des expériences.

L'approche théorique présente, elle aussi, des lacunes : les phénomènes dissipatifs visqueux n'interviennent pas dans les formules retenues. Les prévisions annoncées par le modèle se trouvent donc très souvent en fort décalage avec les résultats expérimentaux obtenus.

D'Alembert l'évoque notamment dans l'article « Fluide » de l'*Encyclopédie*, qu'il rédige : on peut y lire que cette matière « pourroit bien être du nombre de celles où les expériences faites en petit n'ont presque aucune analogie avec les expériences faites en grand [...] où chaque cas particulier demande presque une expérience isolée, & où par conséquent les résultats généraux sont toujours très-fautifs & très imparfaits » (Guilbaud, 2012, p.223).

Navier, présentant un mémoire à l'Académie des sciences le 18 mars 1822, évoque des différences considérables ou totales que présentent dans certains cas les effets naturels avec les résultats des théories connues (Dugas, 1996).

Ce que l'on nomme aujourd'hui le 'paradoxe de D'Alembert' est source de confusions et de perplexité pour les savants de l'époque. D'Alembert en arrive à écrire que « *la comparaison de la Théorie et de l'Expérience est peut-être impossible* » (citation de d'Alembert dans Hahn, 1964, p.19).

Un nouveau modèle qui permet de dépasser ces difficultés

De par la démarche de Bossut (1730-1814) et de Borda (1733-1799), le rapprochement entre les deux approches, théorique et expérimentale, s'enclenche.

Par exemple, à cette période, en France, les ouvrages dédiés aux écoulements abordent à nouveau ces deux approches. Le changement s'opère définitivement à la génération suivante, grâce notamment à la création de l'Ecole Polytechnique en France qui propose un nouveau type d'enseignement contenant, entre autres, de l'hydrodynamique et que suivent Navier (1785-1836), Coriolis (1792-1843), Saint-Venant (1797-1886). Plus tard, ils y enseigneront, ainsi qu'à l'Ecole des Ponts et Chaussées, tout en étant membres de l'Académie. Hydrodynamique et hydraulique sont associées.

C'est donc au début du XIX^e siècle que le fossé entre approche pratique et théorique peut commencer à s'estomper. À l'occasion des interférences entre ces deux approches, chacune d'entre elles évolue sans pour autant fusionner l'une avec l'autre.

Il y a donc eu deux phases, l'une liée à l'évolution des idées, de Bernoulli à Euler, puis une « *étape de retour vers le concret* » comme l'indique Guilbaud (2007, p.27), citant Hahn. Le tableau 2 précise les formulations retenues par les historiens Hahn et Blay pour qualifier ce basculement de périodes.

Historien des sciences	Hahn	Blay
Dénomination proposée des étapes	Évolution des idées (de Bernoulli à Euler)	Construction d'un corps de science (de Torricelli à Lagrange)
	Étape du retour vers le concret	Développements (prise en compte de la viscosité)

Tableau 2 : hydraulique et hydrodynamique : dénominations des étapes

Pour Hahn, si cela n'a pas eu lieu plus tôt, ce n'est pas uniquement pour des raisons sociologiques. Il examine donc de l'intérieur la science de l'hydrodynamique et se demande si, à cette époque, les instruments expérimentaux à disposition sont assez développés, si le recours à un raisonnement de type milieu continu freine les possibilités et si les théoriciens ne sont pas trop préoccupés par les problèmes d'axiomatisation au détriment des conditions aux limites des équations trouvées.

Précisons quelques aspects de ce rapprochement, via l'obtention de l'équation dite de Navier-Stokes, qui illustre la nécessité de la mise en place au XIX^e siècle de nouvelles stratégies pour associer expérience et théorie. Darrigol constate qu'il n'y a eu aucun progrès en mécanique des fluides dû à une seule approche mathématique. Il justifie ce constat par le fait que les équations régissant la mécanique des fluides sont des équations différentielles non linéaires avec une infinité de degrés de liberté : il y a donc très peu de cas où on sait résoudre ces équations. Toutes les avancées du XIX^e siècle sont dues à des 'physiciens-ingénieurs', familiers de problèmes pratiques.

La démarche suivie en mécanique des fluides n'est pas une démarche inductive. Elle consiste en l'étude de problèmes pratiques, couplée à un apport de physique théorique. Darrigol estime que se sont mis en place des 'schémas conceptuels' liant fondements théoriques et problèmes concrets. Ces schémas nécessiteraient beaucoup de créativité et amélioreraient profondément la compréhension des phénomènes. Pour Darrigol, ces 'schémas conceptuels' illustrent la structure modulaire de la physique, où chaque module peut être lui-même une théorie. Ces modules sont de différentes natures, ils sont réducteurs et servent tantôt à définir une notion, tantôt à approximer, à idéaliser ou à illustrer. Grâce à la construction d'une structure modulaire adéquate, l'opposition entre théorie et expérience est dépassée.

Concernant l'évolution d'une théorie, Darrigol signale trois étapes, applicables au cas de la mécanique des fluides : la théorie est homogène au début, s'en suit une structure modulaire, puis une évolution qui fait suite d'une part à la confrontation de la théorie avec l'expérience et d'autre part aux tentatives réductionnistes qui visent à trouver une théorie plus générale.

Parmi ces nouveaux 'schémas conceptuels' imaginés au XIX^e siècle en mécanique des fluides figure la viscosité, concept développé notamment par Navier, élève de l'École Polytechnique et des Ponts. Il veut appliquer des théories mathématiques à des problèmes concrets. Il cherche notamment à améliorer la compréhension de la perte de charge dans une canalisation : ses résultats ont été validés dans le cas d'un capillaire mais pas dans celui d'une canalisation de plus grande taille, ce qu'il a mal vécu. Navier s'intéresse aux conditions aux limites d'un écoulement et aboutit à l'introduction d'un coefficient lié au glissement de la couche liquide sur la paroi (cette hypothèse sera réfutée, à la suite des travaux de Stokes et de Poiseuille).

Pour accéder à l'équation dite de Navier-Stokes, Navier, Cauchy (1789-1857), Poisson (1781-1840) et Saint-Venant, contrairement à Stokes (1819-1903), partent de la théorie élastique des solides. L'obtention de l'écriture des lois de l'élasticité constitue en effet une des avancées du début du XIX^e siècle. Navier y travaille avant de formuler ses résultats d'hydrodynamique. Chacun des chercheurs cités emprunte à la démarche des autres mais les méthodologies sont différentes d'un chercheur à l'autre, d'où le rejet par chacun des travaux antérieurs des autres. Navier utilise également une hypothèse atomique plutôt qu'une approche continue pour obtenir les équations du mouvement en trois dimensions d'un corps élastique et pour en déduire la nécessité d'ajouter un terme de viscosité dans l'équation d'Euler. Cette hypothèse moléculaire ne sera pas retenue par la suite par la communauté scientifique. Néanmoins, Dugas insiste sur son importance dans la structuration de ce modèle. Il s'agirait d'une grande avancée. En effet, la démarche de Navier est à la fois cohérente avec une approche théorique et avec une approche appliquée qualifiée d'ingénieur : il lie une approche 'macroscopique' régie par des équations aux dérivées partielles et la théorie moléculaire de Laplace (1749-1827). Le terme supplémentaire qu'il introduit permet de modéliser les interactions moléculaires. Pour autant, signalons que son approche n'a pas convaincu ses contemporains.

Darrigol conclut que l'observation des écoulements a permis d'obtenir des propriétés des solutions du problème et que l'obstacle majeur réside dans les mathématiques. En mécanique des fluides, les équations fondamentales s'avèrent être connues dès le début de l'étude de ce domaine. Ce qui a mis du temps, c'est de pouvoir les appliquer à des cas concrets. L'écart entre fondements théoriques et phénomènes est encore plus grand en mécanique des fluides que dans d'autres domaines de la physique.

La réconciliation entre les approches hydraulicienne et hydrodynamicienne n'est néanmoins visible qu'au début du XX^e siècle. Darrigol estime en effet que ce fossé perdure jusqu'au XX^e siècle, citant Wien, qui oppose les deux démarches en 1900 : « in hydrodynamics... the real processes differ so much from the theoretical conclusions, that engineers have had to develop their own approach to hydrodynamics, usually called hydraulics. In this approach, however, both foundations and conclusions so much lack rigor that most results remain confined to empirical formulas of very limited validity » (citation de Wien dans Darrigol, 2005, p.215).

Recours à l'histoire des sciences : Niveau 1 (anecdotes)

Anecdote n°5 : le tube de Pitot

Pitot (1695-1771) a travaillé sur la manœuvre des vaisseaux et la mesure d'un courant à surface libre. L'abbé Venturi (1746-1822) a perfectionné un dispositif de prise de mesure de pression inventé par Pitot. Pitot s'étonnait que « personne n'ait pensé à lui ravir plus tôt cette invention si simple » (citation de Pitot dans Nordon, 1992, p.76).

Le cas de l'étude d'un écoulement sanguin

Poursuivons cette description historique avec le cas particulier de l'étude d'un écoulement sanguin. Nous nous concentrons ici essentiellement sur l'apport à l'hémodynamique du Français Jean Léonard Marie Poiseuille (1797-1869), dans la première moitié du XIX^e siècle. Ses principaux résultats apparaissent dans sa thèse en médecine, intitulée *Recherches sur la force du cœur aortique* (1828), ainsi que dans deux présentations à l'Académie des sciences, *Recherches expérimentales sur le mouvement des liquides dans les tubes de très petits diamètres* (1840) et *Écoulement des liquides de nature différente dans les tubes de verre de très petits diamètres* (1843).

Recours à l'histoire des sciences : Niveau 1 (anecdotes)

Anecdote n°6 : Poiseuille, médecin ou ingénieur ?

Poiseuille débute ses études à l'École Polytechnique (« l'X »). L'X ayant fermé un an, Poiseuille poursuit alors ses études à la faculté de médecine, mais en ayant reçu au préalable des prémisses de formation d'ingénieur. Lors de son année d'étude à l'X, l'influence de Petit sur ses qualités expérimentales est notée. Il les mettra en application dans ses travaux de recherche.

Les mesures *in vivo* du sang posent problème. Poiseuille choisit donc d'étudier d'autres liquides, en débutant par de l'eau distillée. Dans le travail de Poiseuille que Guillaume (2015, p.44) évoque, « le sang se meut donc dans des tubes vivants comme le ferait un liquide dans un tube inerte ». Guillaume note que « la comparaison entre le réseau sanguin et le réseau hydraulique n'est pas simplement métaphorique ou fortuite » (*ibid.*, p.44) : elle fait suite à des discussions à l'Académie et à d'autres recherches contemporaines.

Poiseuille présente des résultats sur l'écoulement d'un fluide dans une canalisation circulaire de rayon r . La version actuelle de la loi de Poiseuille indique que sur une longueur de canalisation L , la chute de pression $P_1 - P_2$ est reliée au débit volumique D_V par la relation $P_1 - P_2 = \frac{8 \eta L}{\pi r^4} D_V$ avec η la viscosité dynamique du fluide en écoulement. Il est à noter cependant que Poiseuille ne fait pas référence au coefficient de viscosité dynamique dans ses écrits. Il évoque un coefficient de proportionnalité entre le débit et la différence de pression qui dépend de la température et du fluide considéré. La viscosité dynamique est pourtant déjà introduite par Navier en 1823, mais Poiseuille n'a pas connaissance *a priori* de ces travaux, ni de ceux de Stokes.

Le dispositif expérimental mis en œuvre par Poiseuille est complexe. Le problème de la reproductibilité des mesures le pousse à l'améliorer. Poiseuille tient cas de facteurs correctifs. Un travail soutenu est mené sur la mesure du diamètre des capillaires utilisés. Leur dépendance en température, qui n'est pas linéaire, est étudiée. On reconnaît aujourd'hui la grande qualité de ses mesures au vu de l'estimation de la viscosité de l'eau qui peut en être déduite.

Dans ses expériences, Poiseuille monte jusqu'à 8 atm (explosion à 10 atm). Il emploie dix tubes de diamètres différents, allant de 15 à 600 μm . Ces tubes sont ensuite découpés pour faire varier le paramètre 'longueur' L . Il fait varier la température de 0°C à 45°C lors d'une série de mesures.

Les résultats de Poiseuille sont validés par la communauté scientifique via des mesures similaires aux siennes pour le mercure et le diéthyl éther. Pour autant, de son vivant, Poiseuille est moyennement reconnu par sa communauté.

Hagen obtient des résultats analogues à ceux de Poiseuille en 1839. La première preuve mathématique de la loi de Poiseuille est due à Hagenbach en 1860, soit une vingtaine d'années après les travaux de Poiseuille.

Stokes, à l'Université de Cambridge, a également résolu ce problème en 1845, via l'équation de Navier-Stokes. Stefanovska (1999, p.33) indique que « it was Georges Stokes himself who, in 1845, solved the problem of Poiseuille flow as an application of the Navier-Stokes equations, but he did not publish his results because he believed that they conflicted with experiment : he was evidently unaware of Poiseuille's work ». Mais ses résultats étant différents de ceux de Bossut (1730-1814) et de Du Buat (1734-1809), il ne les publie pas, doutant de son hypothèse de nullité de la vitesse du fluide au contact des parois : « but having calculated, according to the conditions which I have mentioned, the discharge of long straight circular pipes and rectangular canals, and compared the resulting formulae with some of the experiments of Bossut and Du Buat, I found that the formulae did not at all agree with experiment » (citation de Stokes dans Sutura, 1993, p.12).

Conclusion

Comme l'a mis en avant Darrigol, c'est par l'association d'une approche théorique et d'une approche expérimentale que les avancées en mécanique des fluides ont été possibles. D'une théorie homogène on passe à une structure modulaire qui évolue, d'une part grâce aux confrontations entre expérience et théorie et d'autre part grâce aux tentatives réductionnistes.

Sur l'exemple de l'hémodynamique, le travail minutieux de Poiseuille et la justification théorique tardive de ses résultats expérimentaux mettent en avant la construction d'un modèle dans une communauté de recherche donnée.

Recours à l'histoire des sciences en séquences d'enseignement : quelques pistes⁵

Le recours à l'histoire des sciences est recommandé dans les récents curricula du secondaire et de nombreux chercheurs, tant dans la communauté des didacticiens que des physiciens, l'encouragent également.

Nous suggérons deux niveaux de recours à l'histoire des sciences lors d'une séquence d'enseignement : un « niveau 1 », qui pourrait être qualifié d'illustratif et un « niveau 2 », qualifié de compréhensif.

Au niveau 1, il s'agirait par exemple d'incorporer dans les documents proposés à ses élèves des portraits des scientifiques dont les noms apparaissent dans la séquence, des dates associées à leur vie et à leurs travaux de recherche, leur nationalité ou région d'origine. Des anecdotes, sur l'exemple de celles proposées dans ce document pourraient ponctuer la séquence.

Au niveau 2, il s'agirait de prendre appui sur des références historiques pour transmettre aux élèves des éléments de réflexion sur la démarche scientifique, sur le mode d'élaboration d'un modèle en sciences et sur les interactions entre sciences et société.

Par exemple, la période allant du XVII^e siècle à la première moitié du XIX^e siècle est riche d'enseignements sur la construction d'un modèle et sur le rôle de l'expérimentation. C'est au cours de cette période qu'ont été élaborés les principaux éléments présentés dans un cours introductif de mécanique des fluides.

On y constate également la richesse des échanges au sein de l'Europe (nombreux échanges épistolaires au XVIII^e siècle, Euler exerçant en Prusse et en Russie, D'Alembert participant à un concours de l'académie de Berlin, etc.) et les interactions entre différentes disciplines (par exemple entre médecine et physique, via les échanges entre Bernoulli et un médecin vénitien ou dans le développement de l'iatrophysique, école biologique et médicale dans laquelle la physique serait la clé de la médecine : l'œuvre de Galilée est présentée par Grmek (1990) comme un support idéologique de l'iatrophysique⁶).

Peuvent également être évoquées l'influence des enjeux économiques sur les problématiques abordées par les savants (les prix scientifiques du XVIII^e siècle en lien avec l'étude des vents sont notamment liés à l'essor du commerce maritime) ou l'influence de la sphère sociale sur la

5. Pour ceux voulant pousser plus avant ce thème, signalons les analyses de Kuhn (1990) et de Martinand (1993) sur l'utilisation de l'histoire des sciences proposée dans les manuels scolaires.

6. L'iatrophysique œuvre à introduire l'expérience quantitative dans les sciences biologiques. Émettre des hypothèses, puis les vérifier via de la dissection et de la vivisection est un des aspects novateurs de la démarche d'Harvey (1578-1657). Grmek insiste sur le fait qu'Harvey s'inspire en cela de Galilée.

Quelques années plus tard, Voltaire critique la démarche cartésienne : « Descartes fit le contraire de ce qu'on devait faire : au lieu d'étudier la nature, il voulut la deviner (...) Un homme qui dédaigna les expériences, qui ne cita jamais Galilée, qui voulait bâtir sans matériaux, ne pouvait élever qu'un édifice imaginaire. » (citation de Voltaire dans Grmek, 1990, p.132). La remise en cause de Descartes s'effectue notamment à travers les travaux de Borelli sur la vivisection d'un cerf, couplée à la mesure de sa température. Grmek précise que Borelli a peu d'impact en France du fait de la tradition galénique. Signalons que la théorie d'Harvey sur la circulation sanguine est complétée par un disciple de Borelli, l'anatomiste bolonais Marcello Malpighi (1628-1704).

Grmek signale également l'influence de l'iatrophysique sur Jean Bernoulli, qui utilise le calcul infinitésimal au service de la physiologie et de la médecine. Grmek (ibid., p.135) s'interroge : « l'attachement de Bernoulli à la doctrine iatrophysique eut-il une influence sur les médecins français ? Cette question reste encore ouverte ».

recherche scientifique (par exemple, en lien avec l'étude de l'écoulement sanguin, les médecins parisiens sont réputés conservateurs tandis qu'à Londres, la Royal Society constitue un lieu d'échanges entre médecins et 'philosophes naturalistes' (dénommés plus tard scientifiques). L'existence de tels lieux d'échanges favorise les découvertes d'Harvey⁷).

Enfin, l'influence de la philosophie et des modes de pensée sur les représentations des scientifiques peut aussi être signalée : par exemple, l'idée de circuit fermé, proposée par Harvey pour étudier la circulation sanguine dans le corps humain, est probablement liée à l'importance du cercle dans la pensée philosophique de l'époque, qui est dominée par la vision téléologique du monde d'Aristote, dans laquelle la perfection du mouvement circulaire est mise en avant pour expliquer le monde (Porter, 2003).

Indépendamment de ce que l'enseignant évoque ou non aux élèves, s'intéresser à l'histoire des sciences lui permet de constater l'évolution de la formulation d'une loi : la formulation « historique » de la relation de Bernoulli, évoquée en page 4 de ce document, diffère de la version actuellement enseignée.

Signalons également que l'ordre de présentation traditionnel de la relation de Bernoulli et de la loi de Torricelli dans une séquence d'enseignement post bac est l'inverse de l'ordre historique. En effet, dans une séquence d'enseignement traditionnelle, la loi de Torricelli est présentée comme une illustration de la relation de Bernoulli alors qu'historiquement, elle la précède. C'est d'ailleurs la recherche de sa justification théorique qui a en partie mené à la relation de Bernoulli⁸.

7. L'idée d'Harvey est de proposer le passage du sang de l'artère à la veine via des tissus supposés spongieux et la percolation du sang dans les poumons : « Le sang va des artères aux veines et non en sens inverse, et qu'entre ces deux vaisseaux, il y a soit des anastomoses, soit des porosités intra-tissulaires qui permettent le passage du sang » (citation d'Harvey dans Cadet, 2008, p.104). Cadet présente les valvules veineuses comme jouant le rôle de « clapets anti-retour » (*ibid.*, p.105), particulièrement utiles pour permettre le retour du sang au cœur. Lorsque les valvules ne fonctionnent plus, des varices apparaissent.

8. De même, notons que la loi de Poiseuille est souvent présentée dans une séquence d'enseignement post bac traditionnelle comme exemple d'application de l'équation de Navier-Stokes alors qu'historiquement, elle a été découverte de manière indépendante. Le fait qu'elle ait été découverte de manière expérimentale avant d'être justifiée théoriquement n'est quasiment jamais abordé dans une séquence d'enseignement post bac. Comme indiqué par Herrick dans *American Journal of Physics*, c'est même source d'incrédulité pour plusieurs chercheurs à qui ce point est signalé. Rappelons que très peu d'enseignants universitaires interrogés indiquent posséder des connaissances sur le travail de Poiseuille (Crastes, 2019). Il est à noter que ceux enseignant dans des cursus qualifiés de médical, qui, souvent, parmi les différentes lois de la mécanique des fluides, n'évoquent que celle de Poiseuille, n'en savent pas pour autant davantage sur lui et son travail. Il y a là un manque que les enseignants du secondaire peuvent aider à combler pour les futures générations de lycéens !

Pistes de réflexion en lien avec un recours à l'histoire des sciences

Pensez-vous présenter aux élèves la relation de Bernoulli comme étant une relation 'expérimentale' ou 'théorique' ?

La relation de Bernoulli, aujourd'hui présentée dans les manuels universitaires comme étant un cas particulier d'une relation plus générale (l'équation d'Euler, elle-même cas particulier de l'équation de Navier-Stokes), découle en fait d'une problématique expérimentale du XVII^e siècle (loi de Torricelli, qui n'a été justifiée par un modèle d'écoulement des fluides qu'ultérieurement, au XVIII^e siècle).

Pensez-vous leur demander pourquoi, historiquement, ce thème a été étudié ?

La réflexion sur l'écoulement des fluides s'inscrit dans les problématiques de l'époque, notamment sociales et économiques via l'approvisionnement en eau des villes et châteaux ou l'essor du commerce maritime.

De plus, il y a une double origine aux travaux des hydrodynamiciens avec d'une part la démarche de raisonnement de la mécanique rationnelle, qui est de généraliser via la réduction à des principes très synthétiques, et d'autre part la transformation qui s'est déjà opérée dans les arts pratiques et qui pousse les artisans à solliciter les savants.

En tant qu'enseignant, avez-vous conscience qu'historiquement il y a eu une contradiction persistante entre prévisions du modèle et résultats expérimentaux, que le fossé entre académiciens d'une part, ingénieurs et artisans d'autre part a été tel qu'il a abouti à deux dénominations de champ de recherche (hydrodynamique pour les premiers et hydraulique pour les seconds) ?

Bibliographie

- Blay, M. (2007). *La science du mouvement des eaux* (Belin).
- Cadet, R. (2008). La circulation. In *L'invention de la physiologie* (Belin, pp. 88–113).
- Crastes, C. (2019). *Les enseignants du supérieur et l'écoulement interne d'un fluide : modélisation et contextualisation dans différentes disciplines et filières de formation en France et aux États-Unis*. (Thèse de doctorat, Université Paris-Saclay, France).
- Darrigol, O. (2008). *Empirical challenges and concept formation in the history of hydrodynamics*. *Centaurus*, 50, 214–232.
- Darrigol, O. (2005). *Worlds of flow* (Oxford Univ Press).
- Darrigol, O. (2002). Stability and instability in nineteenth-century fluid mechanics. *Revue d'histoire des mathématiques*, 8, 5–65.
- Darrigol, O. (2002a). Between Hydrodynamics and Elasticity Theory : The First Five Births of the Navier-Stokes Equation. *Arch. Hist. Exact Sci.*, 56, 95–150.
- Dugas, R. (1996). *Histoire de la mécanique* (Jacques Gabay, p. 649).
- Eckert, M. (2006). Hydraulics for royal gardens: water art as a challenge for 18th century science and 21st century physics teaching. *Science & Education*, 1–10.
- Grmek, M. (1990). *La première révolution biologique : réflexions sur la physiologie et la médecine du XVII^e siècle* (Payot, p. 358).
- Guilbaud, A. (2012). À propos des relations entre savoirs théoriques et pratiques dans l'Encyclopédie : le cas du problème de la résistance des fluides et de ses applications. *Recherches Sur Diderot et Sur l'Encyclopédie*, 47, 207–242.

- Guilbaud, A. (2007). *L'hydrodynamique dans l'œuvre de D'Alembert 1766-1783 : histoire et analyse détaillée des concepts pour l'édition critique et commentée de ses œuvres complètes et leur édition électronique*. (Thèse de doctorat, Université Lyon 1, France).
- Guillaume, A. (1986). L'émergence du concept de réseau 1820-1830. *Cahier / Groupe Réseaux*, 5, 30–47.
- Hahn, R. (1964). L'hydrodynamique au 18^{ème} siècle. Aspects scientifiques et sociologiques. Palais de la Découverte.
- Hecketsweiler, P. (2010). Histoire de la médecine : des malades, des médecins, des soins et de l'éthique biomédicale (Ellipses).
- Herrick, J. F. (1942). Poiseuille's observations on blood flow lead to a law in hydrodynamics. *American Journal of Physics*, 10, 33–39.
- Kuhn, T. (2008). *La structure des révolutions scientifiques* (Champs Sciences).
- Kuhn, T. (1990). *La tension essentielle : tradition et changement dans les sciences* (Gallimard).
- Martinand, J. (1993). Histoire et didactique de la physique et de la chimie : quelles relations ? *Didaskalia*, (2), 89–99.
- Nordon, M. (1992). *L'eau démontrée : du Moyen Âge à nos jours* (Masson, p. 242).
- Parker, K. H. (2009). A brief history of arterial wave mechanics. *Medical & Biological Engineering & Computing*, 47, 111–118.
- Pfitzner, J. (1976). Poiseuille and his law. *Anaesthesia*, 3, 273–275.
- Porter, R. (2003). *Blood and guts* (Penguin).
- Seeger, R. J. (1953). On fluid dynamics in physics teaching. *American Journal of Physics*, 21, 29–46.
- Stefanovska, A., & Bracic, M. (1999). Physics of the human cardiovascular system. *Contemporary Physics*, 40, 31–55.