

Mathématiques

Accompagnement
personnalisé

Utiliser les additions et les soustractions de nombres relatifs pour résoudre un problème

Domaine : Nombres et calculs

Sous domaine : Calculer avec des nombres relatifs

Compétences mathématiques : Chercher, calculer, raisonner, communiquer

Références au programme : Utiliser les nombres relatifs pour résoudre des problèmes

Objectifs

- S'entraîner à additionner et soustraire des nombres relatifs ;
- Simplifier les expressions dans lesquelles s'enchaînent additions et soustractions de nombres relatifs ;
- Utiliser des stratégies efficaces pour calculer ces expressions numériques ;
- Introduire ou remobiliser la multiplication d'un entier naturel par un entier relatif avec comme modèle implicite l'addition itérée.

Ces pistes pour une séance d'AP peuvent constituer une réponse à la faible réussite d'une classe ou d'un groupe d'élèves à l'exercice 1 des outils de positionnement mi-parcours « Nombres et calculs »¹ pour la classe de 4^e. Cette activité à prise d'initiatives vise le réinvestissement de

¹ Outils de positionnement pour la classe de 4^e

Fiche élève : <https://eduscol.education.fr/document/46606/download>

Fiche professeur : <https://eduscol.education.fr/document/46609/download>

l'addition et de la soustraction de nombres relatifs enseignées en 5°. Elle peut être proposée aux élèves de 4° en amont d'une séquence sur la multiplication de nombres relatifs.

Modalités

- 55 minutes;
- Travail en groupe de 2 à 4;
- Sans calculatrice, mais l'usage d'un tableur peut être utilisé en fin d'activité.

Énoncé de l'activité d'AP

Un élève tient un stand de lancer de balle à la fête de son collège. Il a disposé trois paniers : un jaune, un bleu et un rouge. Le jaune est le plus proche du lanceur et le rouge le plus éloigné. Chaque joueur lance cinq fois la balle, et un score est calculé à la fin des cinq lancers grâce au barème suivant :

- La balle ne tombe pas dans un panier (P) : – 3 points
- La balle tombe dans le panier jaune (J) : – 2 points
- La balle tombe dans le panier bleu (B) : – 1 point
- La balle tombe dans le panier rouge (R) : 4 points

a. Calculer le score d'Adam et le score de Caroline en s'aidant du tableau suivant :

Lancers	n° 1	n° 2	n° 3	n° 4	n° 5
Adam	P	R	J	B	R
Caroline	R	B	J	R	J

- b. Quel est le score le plus bas que l'on puisse obtenir ?
- c. Un élève a obtenu le score – 4. Combien a-t-il obtenu de P, de J, de B et de R ? Donner quatre possibilités.

Commentaires de l'activité

Analyse a priori

Quelles procédures les élèves peuvent-ils utiliser pour résoudre la tâche ?

a. Calcul du score d'Adam :

$$\begin{aligned}(-3) + 4 + (-2) + (-1) + 4 &= 4 + 4 + (-3) + (-2) + (-1) \\&= 4 + 4 - 3 - 2 - 1 \\&= 8 - 6 \\&= 2\end{aligned}$$

Calcul du score de Caroline :

$$\begin{aligned}4 + (-1) + (-2) + 4 + (-2) &= 4 + 4 + (-1) + (-2) + (-2) \\&= 4 + 4 - 1 - 2 - 2 \\&= 8 - 5 \\&= 3\end{aligned}$$

La stratégie de calcul consiste ici à regrouper les nombres positifs entre eux et les nombres négatifs entre eux. Les simplifications d'écriture se justifient par la définition de la soustraction.

b. Calcul du score le plus bas.

Pour obtenir le score le plus bas, il suffit qu'aucune balle des cinq lancers n'atterrisse dans un panier.

$$\begin{aligned} (-3) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) &= -6 - 3 - 3 - 3 \\ &= -9 - 3 - 3 \\ &= -12 - 3 \\ &= -15 \end{aligned}$$

c. Quels sont les nombres de P, J, B et R qui permettent d'obtenir -4 ?

Même si on procède par essais-erreurs, il est bien coûteux d'écrire l'ensemble des expressions possibles, puis de relever celles qui sont égales à -4.

Une stratégie possible est de remarquer que : $(-3) + (-1) = -4$ ou que $(-2) + (-2) = -4$ Il s'agit ensuite de compléter par trois nombres dont la somme est nulle : $(-2) + (-2) + 4$ ou $(-3) + (-1) + 4$.

L'usage d'un tableur, à la demande des élèves, peut permettre de tester un grand nombre de valeurs pour les nombres de P, J, B et R.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2		P	J	B	R				
3		-3	-2	-1	4				
4									
5		Nombre de P	Nombre de J	Nombre de B	Nombre de R				
6		3	0	1	1		=B6*(-3)+C6*(-2)+D6*(-1)+E6*4		
7		2	2	0	1		-6		
8									

Déroulé

Phase	Conseils pour la mise en œuvre
Phase 1 Questions <i>flash</i> <i>Individuel puis classe entière</i>	S'assurer que les élèves sont capables de : - calculer des sommes de deux nombres relatifs; - calculer des différences de deux nombres relatifs.
Phase 2 Compréhension de l'énoncé et amorce de la recherche <i>Individuel puis classe entière</i>	Avant d'autoriser le travail de groupe, laisser le temps à chaque élève de s'approprier l'énoncé et de s'engager dans la résolution du problème. S'assurer que tous les élèves ont compris l'énoncé, par exemple en leur demandant de le reformuler.

Phase 3 1 ^{re} mise en commun <i>En groupe, au moins en binôme</i>	Faire exposer la réponse à la première question. Insister pour qu'apparaisse au tableau l'expression numérique avec les cinq termes. Présenter aux élèves si besoin la stratégie qui consiste à regrouper les nombres positifs entre eux et les nombres négatifs entre eux. Discuter de la manière dont on simplifie l'écriture des additions de nombres relatifs en s'appuyant sur la définition de la soustraction de deux nombres relatifs. Lancer les élèves dans la recherche de la seconde question.
Phase 4 Recherche <i>En groupe, au moins en binôme</i>	Signaler aux groupes les plus en difficulté que le moins bon score correspondra à cinq lancers ratés, dont les balles n'atterrissent dans aucun panier. Demander à tous les élèves, en circulant dans la classe, d'écrire l'expression numérique en faisant apparaître les cinq termes.
Phase 5 2 ^{de} mise en commun <i>En groupe, au moins en binôme</i>	Faire présenter au tableau la procédure exacte sous forme d'addition, puis signaler que : • $(-3) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = 5 \times (-3)$ à l'image du cas où les termes sont positifs ; • $5 \times (-3) = (-3) \times 5$ à l'image du cas où les deux facteurs sont positifs. Lancer les élèves dans la recherche de la troisième question en leur indiquant qu'ils auront besoin de tester plusieurs possibilités.
Phase 6 Recherche <i>En groupe, au moins en binôme</i>	Laisser le temps aux élèves de tâtonner et d'élaborer leurs procédures, même s'il s'agit d'impasses ou de procédures coûteuses en temps. Pour les élèves qui ne savent pas comment commencer : leur suggérer de calculer des scores en choisissant au hasard les nombres de P, J, B et R. Le score obtenu est-il - 4 ? Si le blocage persiste, indiquer par exemple qu'il est possible de commencer en considérant que deux lancers ne tombent pas dans le panier.
Phase 7 3 ^e mise en commun <i>En groupe, au moins en binôme</i>	Faire présenter aux élèves leurs procédures. Faire formuler et reformuler les stratégies qui permettent de ne pas choisir complètement au hasard les nombres de P, de J, de B et de R. Une fois que les élèves ont écrit leurs calculs au tableau, projeter une feuille de calcul et vérifier collectivement les solutions au problème.

Verbalisation

Demander aux élèves de verbaliser leurs procédures face à la classe.

Trace écrite

La trace écrite pourra être composée de la diversité des procédures retenues par l'enseignant lors de la mise en commun. L'enseignant jugera au regard de sa progression annuelle et de la dynamique de classe s'il est judicieux de mettre en exergue ou d'introduire la multiplication d'un entier naturel par un nombre relatif.

Cette activité de réinvestissement peut se conclure par un bilan : rappels de la définition de la soustraction de deux nombres relatifs ainsi que de la méthode de simplification de l'écriture d'une expression numérique enchaînant des additions et des soustractions de nombres relatifs.

Pistes de différenciation

Aux élèves qui rencontrent des difficultés

Pour faciliter la compréhension de la situation, il est possible de demander aux élèves de faire un schéma de la situation illustrant le lanceur, les trois paniers et les scores correspondants.

Aux élèves les plus avancés en mathématiques

Il est possible de prolonger l'énoncé de deux manières :

- en demandant l'ensemble des combinaisons de P, J, B et R pour lesquelles le score est -4 .
- en ajoutant une question portant sur une modification des scores Par exemple :

Voici les résultats d'Amelle et de Loan :

Lancers	P	J	B	R
Nombre de lancers d'Amelle	3	0	1	1
Nombre de lancers de Loan	2	2	0	1

- Vérifier que les scores d'Amelle et Loan sont égaux.
- Pour les départager, le responsable du stand modifie les points attribués en respectant le même ordre : R compte plus que B qui compte plus que J qui compte plus que P. Proposer une modification des points de manière à ce qu'Amelle obtienne un meilleur score que Loan. Est-il possible de modifier les points attribués de manière à ce que Loan obtienne un meilleur score qu'Amelle ?

L'utilisation du tableur semble pertinente pour répondre à cette question. La notion de référence absolue étant engagée dans la réponse, une certaine familiarité de l'élève au tableur est requise.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1									
2		P	J	B	R				
3		-3	-2	-1	4				
4									
5		Nombre de P	Nombre de J	Nombre de B	Nombre de R				
6	Amelle	3	0	1	1		=B6*\$B\$3+C6*\$C\$3+D6*\$D\$3+E6*\$E\$3		
7	Loan	2	2	0	1		-6		
8									

Activités/Exercices de prolongement

Le document d'accompagnement au programme de 2016 « Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes : les nombres relatifs »² présente plusieurs exemples d'activités de réinvestissement (p.7) dont l'objectif est la maîtrise par les élèves des opérations sur les nombres relatifs.

² Document d'accompagnement au programme de 2016 « Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes : les nombres relatifs » : <https://eduscol.education.fr/document/17245/download>