



Les groupes à effectif réduit

Mathématiques

Seconde baccalauréat professionnel

Résolution d'équations du premier degré à une inconnue

Exemple de séquence complète tenant compte de l'articulation du grand groupe, petit groupe et classe entière

Référence au programme de seconde baccalauréat professionnel

Domaine

Algèbre – Analyse

Connaissances

Équation du premier degré à une inconnue.

Capacités

Traduire un problème par une équation du premier degré à une inconnue.

Résoudre algébriquement sans ou avec outils numériques une équation du premier degré à une inconnue.

Choisir et mettre en œuvre une méthode de résolution adaptée au problème.

Compétence du cycle 4 associée

Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes

Utiliser le calcul littéral

Mémoriser ou automatiser les procédures de résolution d'équations du type $ax = b$ ou $a + x = b$

Quelles difficultés constatées?

Au-delà de la résolution d'un problème, résoudre une équation du premier degré à une inconnue pose plusieurs difficultés, conceptuelles ou techniques, auxquelles certains élèves sont confrontés :

- comprendre ce qu'est une inconnue ;
- comprendre le statut du signe « = » dans une équation ;
- connaître les priorités opératoires ;
- savoir que l'on peut additionner ou soustraire, multiplier ou diviser par un nombre non nul chaque membre de l'égalité d'une l'équation.

Scénario de la séquence

Activité diagnostique

Classe entière

Durée : 15 min

Objectifs : vérifier la maîtrise des prérequis pour aborder la séquence.

L'activité diagnostique est proposée aux élèves en amont de la séquence sous la forme de QCM, ou de calculs à compléter. Les résultats obtenus sont à croiser avec ceux du [test de positionnement](#) dans le domaine «nombres et calculs» et dans les questions associées dans la partie automatismes afin de pré constituer les petits groupes.

Séance 1 - Mise en équation

Classe entière

Durée : 1 h

Objectifs :

- traduire un problème par une équation du premier degré à une inconnue ;
- identifier l'inconnue ;
- vérifier qu'une valeur est solution ou non d'une équation.

La salle est organisée en îlots. Les élèves sont répartis par le professeur en groupes hétérogènes favorisant le tutorat en paires. L'activité proposée développe particulièrement les compétences : s'approprier, analyser-raisonner et communiquer.

La résolution d'équations n'est pas un objectif de cette séance ; toutefois, sur certaines équations simples, les élèves peuvent chercher des solutions par essais – erreurs, ce qui

permet de développer la compétence : valider. Les observations du professeur lui permettent de fixer alors les petits groupes constitués au plus près des besoins et de l'objectif d'apprentissage prévu pour la séance 2.

Séance 2-A : résolution d'équation

Petit groupe de niveau homogène

Durée : 1 h

Objectif : résoudre algébriquement une équation du premier degré à une inconnue avec ou sans l'outil numérique.

L'objectif de la séance 2-A prévue pour le petit groupe est le même que celui de la séance 2-B prévue pour le grand groupe. Les élèves qui participent à cette séance en petit groupe ont été choisis par le professeur car ils ne maîtrisent pas le protocole de résolution, même partiellement. Le travail est centré sur les compétences raisonner et réaliser, pendant cette séance.

Séance 2-B. résolution algébrique d'équation

Grand groupe

Durée : 1 h

Objectif : résoudre algébriquement une équation du premier degré à une inconnue avec ou sans l'outil numérique.

Si l'examen des prérequis des élèves a abouti à la constitution d'un groupe hétérogène, le travail peut s'articuler autour d'un tutorat entre pairs. Les élèves ayant montré une maîtrise complète de la méthode peuvent alors développer la compétence, communiquer, tandis que les autres vont consolider la compétence réaliser.

Si le groupe présente une bonne maîtrise du sujet, il est alors pertinent de dépasser les attentes du programme en matière d'automatismes et de proposer des équations plus complexes.

Séance 3 : résolution algébrique ou graphique d'équations

Classe entière

Durée : 1 h

Objectifs visés :

- résoudre une équation graphiquement ou algébriquement, avec ou sans outils numériques (grapheur ou solveur) ;
- traduire un problème par une équation du premier degré à une inconnue.

Cette séance s'appuie sur une démarche d'investigation. Les élèves réinvestissent les démarches exploitées lors des séances précédentes.

Le professeur valorise les acquis des élèves du petit groupe (validation des propositions de leurs camarades, propositions de réponses, présentation de la trace écrite établie lors de la séance 2, par exemple sous la forme d'une carte mentale, etc.)

Séance 4 : évaluation

Classe entière

Durée : 30 min maximum

Objectif visé : valider le niveau d'acquisition des élèves.

Une attention est portée sur le choix et la maîtrise de la méthode de résolution.

Des coups de pouce peuvent être apportés en fonction des besoins.

Évaluation diagnostique

Située en amont de la séance, elle permet d'évaluer la maîtrise des prérequis par les élèves.

Remarque :

L'évaluation diagnostique est utilisée par le professeur pour préparer la séquence à venir. Le fait qu'elle ne donne pas lieu à une note permet aux élèves de l'aborder de manière plus sereine.

Objectifs

- Identifier le degré de maîtrise des compétences et capacités préalables des élèves relevant du cycle 4 (voir programme du cycle 4 et liste d'automatismes de seconde).
- Déterminer les lacunes ou les besoins.
- Aider à la constitution du petit groupe (croisement avec le test de positionnement et le test diagnostique réalisé).

Notions évaluées

- Déterminer le nombre manquant dans une opération à trous (voir dans le paragraphe ci-dessous, l'exemple 1 de question).
- Réaliser des calculs algébriques simples (voir l'exemple 2 de question).
- Vérifier qu'une valeur est solution ou non d'une équation (voir les exemples 3 et 4 de questions qui peuvent être proposées en évaluation diagnostique).
- Traduire un problème donné en langage courant par une égalité mathématique.

Exemples de questions qui peuvent être proposées en évaluation diagnostique

Les questions sont posées le plus simplement possible. Elles ne sont volontairement pas contextualisées et la rédaction des réponses doit être rapide. Un QCM, ou des calculs à compléter, peuvent introduire les premiers éléments de la résolution.

- $3 + \dots = 0$
- $\frac{2}{\dots} = \dots$ ou $\frac{2}{2} = \dots$

La présentation aux élèves de ce test et de ses objectifs permet de favoriser leur engagement.

- Écrire les nombres manquants pour que l'égalité soit vraie :

a. $\dots + 7 = -18$

b. $-2 \times \dots = 12$

c. $4 \times \dots + 3 = 23$

- Relier les expressions qui sont égales

$5x + 3x - 4x + 8x$ •

• 12

• $5 + 3 - 4 + 8$ •

• $12x$

• $x + 3 - 4x$ •

• $-3x + 3$

• $2(x - 7)$ •

• $11x$

• $2x - 14$

• $2x - 7$

- Entourer la solution de l'équation : $x + 8 = 10$

a. 0

b. 1

c. 2

d. 3

- Entourer la solution de l'équation : $6x = 3$

a. 0

b. -3

c. $6/3$

d. $\frac{3}{6}$

Séance 1 : mise en équation en classe entière

En début de séance, le professeur propose de traduire plusieurs textes simples sous la forme d'une équation (avec ou sans l'aide d'un QCM). Dans un deuxième temps, un problème plus complexe est donné aux élèves pour qu'ils proposent une mise en équation du problème.

Exemple de situation

Trois associés souhaitent déstocker les 50 vestes restantes de leur dernière collection :

- Le premier d'entre eux réussit à vendre 12 unités en les positionnant dans la vitrine de son magasin.
- Le second en a vendu 6 exemplaires avec une remise de 10 € sur chaque veste.
- Le dernier est parvenu à vendre le reste du stock à moitié prix.

Déterminer le prix initial d'une de ces vestes sachant que la recette totale s'élève à 2 830 €.

D'après un extrait de *la ressource résoudre un problème du premier degré* sur éduscol

Le travail présenté ci-dessous peut être réalisé dans le cadre de groupes à effectifs réduits. Dans ce cas, le petit et le grand groupe seront hétérogènes pour s'appuyer sur le tutorat entre élèves. Le petit groupe peut inclure les élèves les plus en difficulté sur cette notion ; l'effectif restreint permettant à l'enseignant d'aider au mieux ces derniers.

Une première phase du travail est nécessaire pour que les élèves comprennent le vocabulaire présent dans le problème et verbalisent ce que l'on cherche. La notion d'inconnue est alors explicitée par le professeur.

Une seconde phase a pour objectif de mettre en équations ce problème. Les élèves rassemblés en groupes vont travailler chacun sur une ligne du problème. Le professeur leur demande alors quelle somme chacun des associés gagne s'ils fixent comme prix initial 30 €.

Chaque élève calcule alors sa partie :

- élève 1 : $12 \times 30 = 360 \text{ €}$
- élève 2 : $6 \times (30 - 10) = 120 \text{ €}$
- élève 3 : $(50 - 12 - 6) \times 30 / 2 = 480 \text{ €}$

Puis le groupe met en commun tous les résultats.

Ce travail est recommencé avec un nouveau prix initial que les élèves peuvent choisir judicieusement. La répétition du travail leur permet d'identifier les termes invariants de leurs calculs. Ils appréhendent une méthode pour généraliser leurs calculs pour n'importe quel prix, puis ils aboutissent à la formalisation de l'écriture de l'équation avec une inconnue appelée x .

Dans cette étape, le professeur laisse les élèves chercher, échanger entre eux et relancer les questions qu'ils peuvent poser à l'ensemble du groupe. Il veille également à ce que les calculs soient bien formalisés à l'écrit pour faciliter l'identification des invariants.

Si cette séance est effectuée avec un petit groupe d'élèves en difficulté, l'enseignant peut moduler le niveau de difficulté de la situation, et intervenir plus facilement auprès des élèves.

Séance 2-A : petit groupe de niveau homogène

Objectif

- Comprendre le sens de la consigne : résoudre l'équation ;
- Apprendre à résoudre algébriquement une équation du premier degré à une inconnue.

Indicateurs de réussite

- L'élève verbalise ce qu'il recherche.
- Il identifie les termes à éliminer et l'ordre dans lequel il va le faire.
- Il utilise l'opération adéquate à chaque étape de calcul.
- Il fait apparaître clairement le résultat sous la forme : $x = \dots$

Déroulé du scénario pédagogique en petit groupe homogène

Les activités de cette séance 2-A sont présentées dans le chapitre suivant : « Énoncé de l'activité ». Il est résumé ci-après.

Objectif de la séance

Identifier les erreurs lors de la résolution des équations du premier degré à une inconnue et résoudre des équations.

Notions abordées

- Travailler les étapes de la résolution des équations du premier degré à une inconnue.
- Résoudre algébriquement sans outils numériques une équation du premier degré à une inconnue.

Composition du groupe

Les élèves ont un niveau homogène, ils sont choisis par le professeur pour leurs difficultés sur la résolution d'équation.

Organisation de l'espace

Le professeur s'installe à proximité de ses élèves. Les tables peuvent être installées en U pour favoriser les échanges entre élèves et avec le professeur.

Phase 1 : Les étapes de résolution (15 minutes)

Les élèves réalisent l'exercice 1. Ils ont à leur disposition 4 enveloppes. Chacune contient des étiquettes sur lesquelles figurent une étape de résolution et un symbole coloré. La consigne est de reconnaître les étapes de résolution des équations en ordonnant les étiquettes.

Lorsque les élèves pensent avoir trouvé l'ordre des étiquettes, ils présentent au professeur le résultat obtenu qui s'assure qu'ils ont correctement placé les étiquettes en visualisant l'ordre

des symboles. Au cours de l'exercice, ils se familiarisent avec le formalisme attendu lors de la résolution.

À l'issue de l'exercice, le professeur propose une carte mentale à l'appui des 4 équations résolues que les élèves ont ordonnées lors des étapes de résolution. Ils complètent le document en décrivant les stratégies de résolution (d'abord éliminer les valeurs sans inconnue par addition ou soustraction et regrouper les termes contenant l'inconnue).

Cette phase nécessite donc en amont une petite préparation matérielle de la part du professeur. Une fois imprimée, la partie centrale « étapes pour la résolution » est découpée en bandelettes placées dans une enveloppe avec l'équation correspondante.

Exemple de proposition d'un élève pendant la phase 1.

Le professeur demande comme on passe de 2 à 9 dans le membre de droite.

$$3x - 7 = 2$$

$$3x = 9$$

$$3x - 7 + 7 = 2 + 7$$

Cette phase peut être plus longue chez certains élèves. D'autres exemples sont donc à prévoir pour être distribués si besoin.

Phase 2 : Exercices d'application (35 minutes)

Les élèves réalisent l'exercice 2 qui consiste à résoudre une série d'équations. Lors de cette phase, les élèves réinvestissent immédiatement ce qu'ils ont compris lors de la phase précédente.

Le professeur contrôle le travail tout au long de la séance et détecte les points de blocage de chaque élève. Il laisse les élèves proposer leurs réponses. Le petit effectif permet de consacrer plus de temps à la recherche ce qui manque parfois en classe entière. La correction se fait alors sous la forme de questions.

Exemple de question du professeur pouvant être soumis à l'élève :

L'élève propose cette résolution.

$$3x - 7 = 2$$

$$3x - 7 - 7 = 2 - 7$$

$$3x = -5$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{-5}{3}$$

$$x \approx -1,67$$

Le professeur peut lui demander de vérifier le résultat de $-7 - 7 = \dots$

ou de compléter : $-7 \dots 7 = 0$

Il peut aussi faire remarquer qu'il y a une erreur à la ligne 2 ou encore qu'une opération est mal choisie quelque part.

Le professeur peut proposer au besoin de différencier l'accompagnement en :

- utilisant des étiquettes comme support pour aider à la résolution ;
- proposant des capsules vidéo qu'il peut réaliser lui-même ou sélectionner sur Internet.

D'autres outils peuvent être proposés.

- Le site Dudamath permet aux élèves de déplacer les termes d'une équation. Les calculs sont alors résolus automatiquement par le logiciel; cela permet aux élèves de se focaliser sur l'ordre des termes à éliminer et les calculs à effectuer pour transformer l'équation.
- L'utilisation de balances de Roberval¹ permet une manipulation réelle et la création d'images mentales de l'équilibre entre les deux membres d'une équation.
- Une résolution graphique est envisageable, si la calculatrice ou le grapheur a déjà été utilisée dans ce cadre.

Quel que soit l'outil choisi, l'objectif est de laisser les élèves expérimenter pour qu'ils comprennent les différentes étapes de la résolution d'équations. Le professeur s'assure de la mise au travail de tout le groupe, reformule les questions si besoin, apporte un étayage, mais ne donne pas la solution.

Plus-value pour le retour en classe

En travaillant les étapes de résolution des équations et l'identification des erreurs, les élèves deviennent plus autonomes dans la résolution d'équations.

Phase 4 – Rédaction de la trace écrite

À la fin de la séance, une synthèse est produite. Elle permet de formaliser le protocole de résolution en s'appuyant sur les propositions des élèves. La réalisation d'une carte mentale est alors possible en se fondant sur des exemples résolus par les élèves. L'appropriation de cette carte se fait par son utilisation sur une nouvelle équation en fin de séance.

Lors du retour en classe entière, la carte mentale peut être présentée à l'ensemble des élèves sur une équation simple. Un élève du petit groupe peut alors passer au tableau pour montrer l'utilisation de cette carte mentale ce qui permet de valoriser le travail effectué en groupe à petit effectif.

¹La fiche action « Manipuler en mathématiques » propose une activité et son analyse sur ce sujet.

Énoncé de l'activité

Phase 1 : Les étapes de résolution d'équation

Retrouve les quatre codes en mettant dans l'ordre les étapes de résolution de chacune des équations suivantes :

Équations	Étapes pour la résolution	Résultat du code
$x + 1 = 6$	 $x + 1 = 6$	  
	 $x + 1 - 1 = 6 - 1$	
	 $x = 5$	
$2x = 6$	 $2x = 6$	  
	 $\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$	
	 $x = 3$	
$3x - 7 = 2$	 $3x - 7 = 2$	    
	 $3x - 7 + 7 = 2 + 7$	
	 $3x = 9$	
	 $\frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$	
	 $x = 3$	
$7x - 3 = 2 + 2x$	 $7x - 3 = 2 + 2x$	      
	 $7x - 3 + 3 = 2 + 2x + 3$	
	 $7x = 5 + 2x$	
	 $7x - 2x = 5 + 2x - 2x$	
	 $5x = 5$	
	 $\frac{5x}{5} = \frac{5}{5}$	
	 $x = 1$	

Phase 2 : Exercice d'application

- Énoncé : Résoudre les équations suivantes :

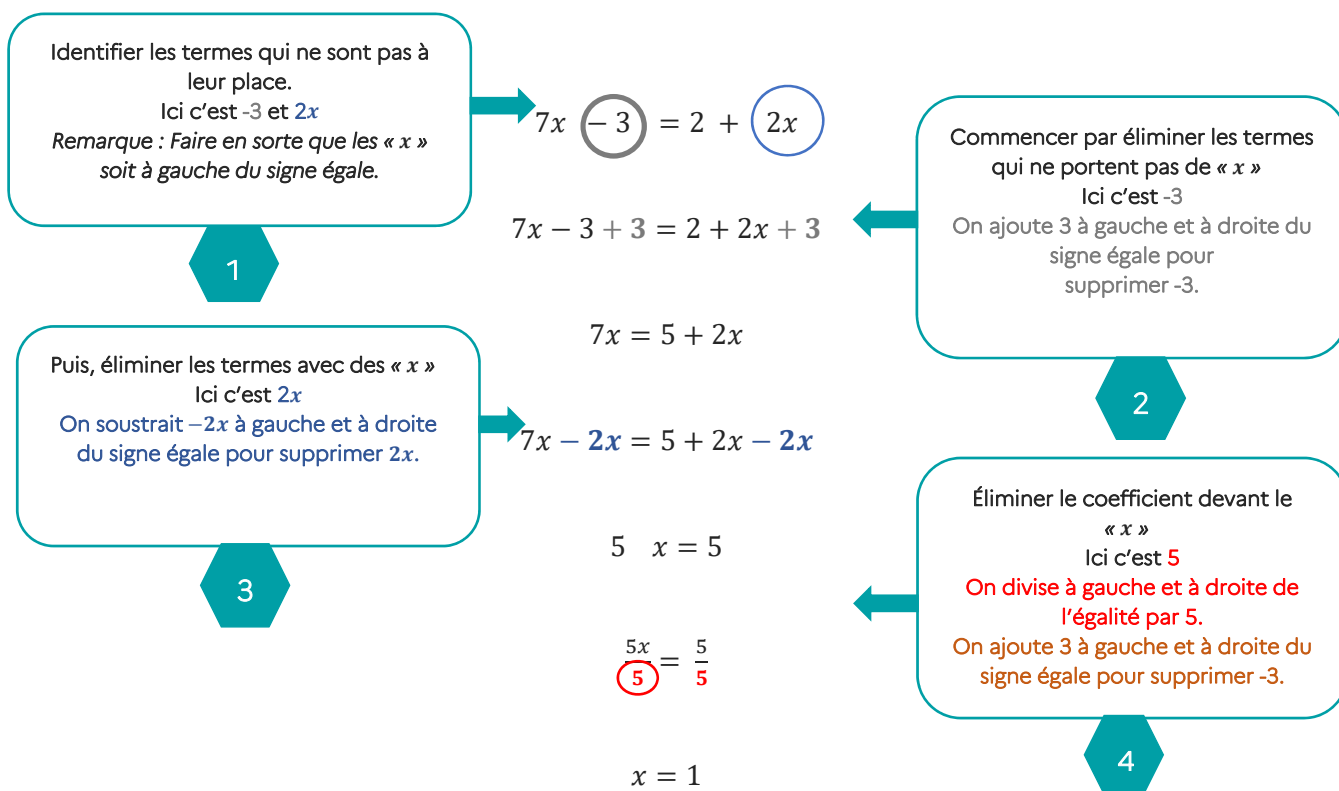
$5x = 2$	
$-3x + 1 = 0$	
$9x - 4 = 1$	
$x + 3 = 2 + 7x$	
$8x - 8 = 2 - 5x$	
$\frac{x}{2} = 5$	
$9x = 6$	
$x - 13 = 13 + 6x$	

Phase 3 : Trace écrite

Fiche méthode : Comment résoudre une équation du premier degré à une inconnue ?

À compléter une fois la phase 1 terminée.

Ce document servira d'aide pour la résolution des équations.



Analyse

Procédures utilisées par les élèves pour résoudre la tâche

Certains élèves peuvent trouver par essais-erreurs la solution des équations les plus simples. Tout en valorisant leur démarche, on peut leur demander si elle est efficace pour les équations plus difficiles à résoudre. Il est donc nécessaire d'exposer les élèves à des équations dont la difficulté de résolution croît avec le temps.

Pendant la phase de recherche, il convient de laisser aux élèves la possibilité de se tromper afin qu'ils bénéficient pleinement de la phase de synthèse collective. Cependant, le professeur peut demander aux élèves de tester si l'égalité est vérifiée en remplaçant l'inconnue par la solution obtenue par l'élève.

Obstacles pouvant être rencontrés par les élèves

Une fois que les élèves ont compris qu'il fallait transformer l'équation pour obtenir sa solution, ils peuvent rencontrer plusieurs obstacles dus à :

- une confusion dans le choix de l'opération à utiliser pour éliminer un terme.
Dans cette phase d'exploration, l'élève doit disposer du temps nécessaire pour faire des essais et trouver la bonne démarche. Comme indiqué plus haut, le professeur guide cette recherche par des questions ouvertes ou en faisant référence à des exercices similaires vus lors de la première phase. La correction doit être effectuée au rythme de l'élève, tant que ce dernier est engagé dans l'activité ;
- une difficulté de choisir une démarche de résolution la plus adaptée dans le cas des équations du type $ax + b = cx + d$.

Lors des séances suivantes, l'appui sur des erreurs des élèves observés lors de la résolution d'équations permet de rappeler l'importance de tester ses réponses en utilisant l'écriture initiale de l'équation.

Pistes de différenciation entre les groupes

Différenciation des contenus

Le déroulé de la séance 2-B pour le grand groupe est différent de celui de la séance 2-A proposée au petit groupe. L'objectif reste le même : la maîtrise de la résolution algébrique d'équation. Le professeur ne peut certainement pas accorder autant de temps à chaque élève du grand groupe qu'à ceux du petit groupe. Toutefois, la plus grande maîtrise des prérequis permet d'atteindre le même objectif pédagogique.

En vue de valoriser le petit groupe par la présentation de la carte mentale, la phase de synthèse du grand groupe peut prendre une forme différente de celle produite dans le petit groupe. Elle peut consister à proposer :

- un protocole de résolution en demandant de justifier chaque étape ;

Les élèves du grand groupe les plus à l'aise, qui ont pu aider leurs camarades pendant la phase de réflexion, sont déjà autonomes dans la résolution des équations. En revanche, le formalisme de leurs réponses n'est pas toujours satisfaisant. Une activité adaptée peut leur permettre de travailler sur la façon de rédiger leur résolution de façon plus rigoureuse.

- un protocole incomplet à compléter ;

Les autres élèves du grand groupe peuvent avoir accès à un protocole formalisé correctement, mais dont certaines étapes manquent. Une fois leur travail validé, ils peuvent corriger au tableau l'activité distribuée aux élèves qui n'ont pas besoin de cet étayage.

- une résolution avec une erreur et demander pourquoi cette résolution est erronée. Cela permet aux élèves du grand groupe de verbaliser correctement le protocole de résolution.

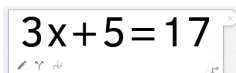
Différenciation des outils

Comme cela est indiqué dans le déroulé de la séance en petit groupe, plusieurs outils sont intéressants pour aider les élèves à comprendre la démarche de résolution des équations du premier degré.

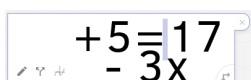
- L'utilisation de balances de Roberval permet d'illustrer le statut du signe =.
- Le site [Dudamath](https://dudamath.com) permet aux élèves de déplacer les termes d'une équation. Les calculs sont alors résolus automatiquement par le logiciel; ainsi les élèves peuvent se focaliser sur l'ordre des termes à déplacer et les calculs à effectuer.

Voici un exemple de résolution proposé par ce site.

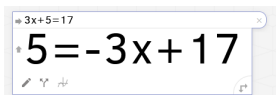
Les élèves écrivent l'équation dont ils cherchent la solution sur le site :


$$3x + 5 = 17$$

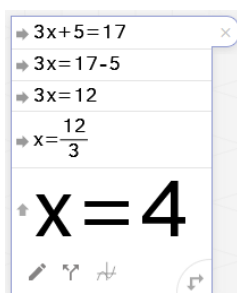
Ils peuvent ensuite choisir à loisir un terme, et le déplacer de l'autre côté du signe égal.


$$+5 = 17 - 3x$$

Le logiciel réécrit alors l'équation


$$5 = -3x + 17$$

Les élèves peuvent alors se concentrer sur l'ordre des termes à traiter. L'historique de leurs manipulations est affiché ; cela leur permet de se familiariser avec le formalisme attendu.


$$\begin{aligned} \Rightarrow 3x + 5 &= 17 \\ \Rightarrow 3x &= 17 - 5 \\ \Rightarrow 3x &= 12 \\ \Rightarrow x &= \frac{12}{3} \\ \Rightarrow x &= 4 \end{aligned}$$

Séance 3 - Retour en classe : Exercice challenge

L'activité consiste à résoudre un ensemble d'exercices alternant une recherche d'erreurs dans une résolution d'équation ou une résolution complète d'une équation. Chaque élève tente alors individuellement de résoudre le plus vite possible les exercices qui lui sont proposés.

Les élèves du petit groupe peuvent utiliser la carte mentale réalisée lors de la séance précédente. L'objectif dans un premier temps est qu'ils prennent conscience qu'ils savent résoudre aussi bien voire mieux que les élèves du grand groupe. Une fois qu'ils auront pris confiance en eux et montré leur agilité à résoudre ces équations, ils pourront poursuivre sans cette aide.

Séance 4 : Vérification des acquis à la suite à la séquence

Valorisation des progrès

Une grille peut être proposée aux élèves comme outil d'autoévaluation. Elle reprend les étapes par lesquelles l'élève doit passer pour résoudre une équation.

Voici un exemple :

Point à vérifier	As-tu réussi ?
J'identifie l'inconnue	
Je détermine l'ordre des termes à éliminer pour isoler l'inconnue	
J'utilise la bonne opération pour réaliser chaque étape	
J'écris chaque étape de résolution en sautant à la ligne	
Je traduis la réponse mathématique dans le contexte du problème.	

Un autre moyen de valoriser les progrès d'un élève du groupe consiste à l'encourager à expliquer sa démarche pour résoudre un problème simple en classe entière.

Cela permet de surcroît d'illustrer l'intérêt du petit groupe pour toute la classe et montrer que, dans le groupe réduit, un travail similaire a été traité.

Piste d'évaluation

L'évaluation ne doit pas s'éloigner de l'activité proposée en séance 3, lors du regroupement de la classe. Si la méthode graphique a été abordée, il peut être demandé aux élèves de justifier leur choix de méthodes par un argument (rapidité de lecture du résultat sur un graphique, précision du résultat par le calcul).